فرمول عمومی برای محاسبه سری ها دردنباله های حسابی از نوع ساختمان، و تعیین حاصل جمع سری های تواندار
(Nth difference sequences)

چکیده مقاله:

در این مقاله فرمول کلی برای محاسبه حاصل جمع " t " جمله ، از دنباله هایی با ویژگی **تفاضل گیری های چند مرتبه ای برای بدست آمدن مقدار تفاضل مشترک**، بر پایه " اعداد استرلینگ نوع اول " معرفی می گردد. پیشتر، این گونه از محاسبات برای دنباله هایی با مرتبه بالا از (f)، با زمانبری و پیچیدگی حل دستگاه معادلات (f) معادله و (f) مجهول، و نیز محاسبات ماتریسی متعدد انجام می گردید.

کلمات کلیدی: دنباله، دنباله حسابی، اعداد استرلینگ، سری حسابی، سری تواندار،

جدولی از دنباله های ساختمان، با ویژگی **" تفاضل گیری های چند مرتبه ای برای بدست آمدن مقدار تفاضل مشترک "** بشکل زیر است.

Floor No.f f = ?	$(a_f)_1$	$(a_f)_2$	$(a_f)_3$	$(a_f)_4$	$(a_f)_5$	$(a_f)_6$	$(a_f)_7$	$(a_f)_8$	$(a_f)_9$	$(a_f)_{10}$	…	$(a_f)_t$
…												
…												
Floor No.8 f = 8	$(a_8)_1$	$(a_8)_2$	$(a_8)_3$	$(a_8)_4$	$(a_8)_5$	$(a_8)_6$	$(a_8)_7$	$(a_8)_8$	$(a_8)_9$	$(a_8)_{10}$		
Floor No.7 f = 7	$(a_7)_1$	$(a_7)_2$	$(a_7)_3$	$(a_7)_4$	$(a_7)_5$	$(a_7)_6$	$(a_7)_7$	$(a_7)_8$	$(a_7)_9$			
Floor No.6 f = 6	$(a_6)_1$	$(a_6)_2$	$(a_6)_3$	$(a_6)_4$	$(a_6)_5$	$(a_6)_6$	$(a_6)_7$	$(a_6)_8$				
Floor No.5 f = 5	$(a_5)_1$	$(a_5)_2$	$(a_5)_3$	$(a_5)_4$	$(a_5)_5$	$(a_5)_6$	$(a_5)_7$					
Floor No.4 f = 4	$(a_4)_1$	$(a_4)_2$	$(a_4)_3$	$(a_4)_4$	$(a_4)_5$	$(a_4)_6$						
Floor No.3 f = 3	$(a_3)_1$	$(a_3)_2$	$(a_3)_3$	$(a_3)_4$	$(a_3)_5$							
Floor No.2 f = 2	$(a_2)_1$	$(a_2)_2$	$(a_2)_3$	$(a_2)_4$								
FloorNo.1 f = 1 Common difference floor	$(a_1)_1$	$(a_1)_2$	$(a_1)_3$									
	0	0										

نمونه ای عددی از دنباله های بالا بشکل زیر است.

Floor No.f f = ?	$(a_f)_1$	$(a_f)_2$	$(a_f)_3$	$(a_f)_4$	$(a_f)_5$	$(a_f)_6$	$(a_f)_7$	$(a_f)_8$	$(a_f)_9$	$(a_f)_{10}$	…	$(a_f)_t$
…											…	
…											…	
Floor No.8 f = 8	−45	−46	−70	−108	−61	455	2484	8345	22547	53064		
Floor No.7 f = 7	−1	−24	−38	47	516	2029	5861	14202	30517			
Floor No.6 f = 6	−23	−14	85	469	1513	3832	8341	16315				
Floor No.5 f = 5	9	99	384	1044	2319	4509	7974					
Floor No.4 f = 4	90	285	660	1275	2190	3465						
Floor No.3 f = 3	195	375	615	915	1275							
Floor No.2 f = 2	180	240	300	360								
Floor No.1 f = 1 Common difference floor	60	60	60									
	0	0										

در شکل بالا هر یک از دنباله ها حاصل تفاضل گیری دنباله بالاتر بوده و طبقه و مرتبه ای در ساختمان دنباله ها را بخود اختصاص می دهد.

در این مقاله فرمول کلی برای محاسبه حاصل جمع تعداد ” t “ جمله، از ابتدای دنباله حسابی، بر اساس مجمموعه ضرائبی از اعداد ***استرلینگ نوع اول*** ارائه می شود.

در فرمول ذکر شده، در نماد $(a_f)_t$ ، “ a “ بمفهوم دنباله می باشد. و مقدار ” f “ نشانگر طبقه و مرتبه دنباله در ساختمان دنباله بوده و مقدار ” t “ نشانگر محل ومرتبه جمله در دنباله مفروض می باشد.

بطور مثال : نماد $(a_5)_7$ نشانگر هفتمین جمله " t = 7 " ، از دنباله ی واقع در طبقه پنجم " f = 5 " از ساختمان دنباله، و نماد $\sum_{t=1}^{7}(a_5)_7$ نمایشگر حاصل جمع تعداد هفت عدد " t = 7 "، از ابتدای دنباله واقع در طبقه پنجم " f = 5 " از ساختمان دنباله می باشد.

$$\sum_{t=1}^{7}(a_5)_7 = 9 + 99 + 384 + 1044 + 2319 + 4509 + 7974 = 16338$$

فرمول کلی برای محاسبه حاصل جمع تعداد ” t “ جمله، از ابتدای دنباله حسابی واقع در ساختمان دنباله ها، بر اساس مجمموعه ضرائبی از اعداد ***استرلینگ نوع اول*** ارائه می شود.

$$\sum_{t=1}^{t}(a_f)_t = \left[(a_1)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=1}^{n,\,k=(f-0)}\left[s(n,k)\cdot t^{(f-0)}\right]}{(f-0)!}\right] + \left[(a_2)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=2}^{n,\,k=(f-1)}\left[s(n,k)\cdot t^{(f-1)}\right]}{(f-1)!}\right] + \left[(a_3)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=3}^{n,\,k=(f-2)}\left[s(n,k)\cdot t^{(f-2)}\right]}{(f-2)!}\right] + \ldots + \left[(a_f)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=f}^{n,\,k=[f-(f-1)]}\left[s(n,k)\cdot t^{[f-(f-1)]}\right]}{[f-(f-1)]!}\right]$$

آنچه که در فرمول کلی بالا، پارامترها و اطلاعات سیگما، بیان می کنند.

فرمول مزبور از چندین عبارت کسری تشکیل یافته است. در اولین عبارت کسری (*سمت چپ فرمول*)، صورت کسر معادله ای از درجه ”(f-0)“ و بر حسب ” t “ ، با ضرائبی از مجموعه اعداد واقع در ردیف افقی شماره ”(f-0)“ ، از آرایه مثلثی استرلینگ نوع اول بوده، و مخرج کسر مقدار ”!(f-0)“ می باشد، و ضریب اولین عبارت کسری، جمله اول از دنباله مرتبه اول (*مقدار تفاضل مشترک*) با نماد $(a_1)_1$ می باشد.

برای نمونه اولین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ بصورت زیر می باشد.

$$\sum_{t=1}^{t}(a_f)_t = \left[(a_1)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=1}^{n,\,k=(f-0)}\left[s(n,k)\cdot t^{(f-0)}\right]}{(f-0)!}\right] + \ldots \quad \rightarrow \quad \sum_{t=1}^{t}(a_7)_t = \left[(a_1)_1 \cdot \frac{\sum_{k=1,\,f=1}^{n,\,k=(7-0)}\left[s\left(7,k_{1,\ldots,7}\right)\cdot t^{(7-0)}\right]}{(7-0)!}\right] + \ldots$$

ارایه مثلثی اعداد استرلینگ نوع اول:

$n_{\blacksquare}$ \ $k_{\blacksquare}$	k_1	k_2	k_3	k_4	k_5	k_6	k_7	k_8	k_9
n_1	1								
n_2	−1	1							
n_3	2	−3	1						
n_4	−6	11	−6	1					
n_5	24	−50	35	−10	1				
n_6	−120	274	−225	85	−15	1			
n_7	720	−1764	1624	−735	175	−21	1		
n_8	−5040	13068	−13132	6769	−1960	322	−28	1	
n_9	40320	−109584	118124	−67284	22449	−4536	546	−36	1

اولین عبارت کسری از فرمول کلی، برای دنباله $(a_7)_t$ ، بشکل زیر می باشد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_f)_t=(a_1)_1\cdot\left[\frac{s(n_7,k_1)\cdot t^{(f_1-0)}+s(n_7,k_2)t^{(f_2-0)}+s(n_7,k_3)t^{(f_3-0)}+s(n_7,k_4)t^{(f_4-0)}+s(n_7,k_5)t^{(f_5-0)}+s(n_7,k_6)t^{(f_6-0)}+s(n_7,k_7)t^{(f_7-0)}}{(f-0)!}\right]+\blacksquare$$

پس از جایگذاری مجموعه اعداد استرلینگ نوع اول مربوطه، بمنزله ضرائب هر یک از جمله ها ی عبارت، اولین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ بشکل زیر ایجاد می گردد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot\left(\frac{720t^1-1764t^2+1624t^3-735t^4+175t^5-21\cdot t^6+1\cdot t^7}{7!}\right)+\blacksquare$$

دومین عبارت کسری از فرمول کلی، برای دنباله $(a_7)_t$ ، بشکل زیر می باشد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot\left[\frac{s(n_6,k_1)\cdot t^{(f_1-1)}+s(n_6,k_2)t^{(f_2-1)}+s(n_6,k_3)t^{(f_3-1)}+s(n_6,k_4)t^{(f_4-1)}+s(n_6,k_5)t^{(f_5-1)}+s(n_6,k_6)t^{(f_6-1)}}{(f-1)!}\right]$$

پس از جایگذاری مجموعه اعداد استرلینگ نوع اول مربوطه، بمنزله ضرائب هر یک از جمله ها ی عبارت، دومین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ بشکل زیر ایجاد می گردد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot\left[\frac{-120t^{(2-1)}+274t^{(3-1)}-225t^{(4-1)}+85t^{(5-1)}-15t^{(6-1)}+1\cdot t^{(7-1)}}{(7-1)!}\right]$$

$$\left[\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot\left(\frac{-120t+274t^2-225t^3+85t^4-15t^5+1\cdot t^6}{6!}\right)\right]+\blacksquare$$

سومین عبارت کسری از فرمول کلی، برای دنباله $(a_7)_t$ ، بشکل زیر می باشد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot(\text{Second fraction})+(a_3)_1\cdot\left[\frac{s(n_5,k_1)\cdot t^{(f_1-2)}+s(n_5,k_2)t^{(f_2-2)}+s(n_5,k_3)t^{(f_3-2)}+s(n_5,k_4)t^{(f_4-2)}+s(n_5,k_5)t^{(f_5-2)}}{(f-2)!}\right]+\blacksquare$$

پس از جایگذاری مجموعه اعداد استرلینگ نوع اول مربوطه، بمنزله ضرائب هر یک از جمله ها ی عبارت، سومین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ بشکل زیر ایجاد می گردد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot(\text{Second fraction})+(a_3)_1\cdot\left[\frac{24t^{(f_1-2)}-50t^{(f_2-2)}+35t^{(f_3-2)}-10t^{(f_4-2)}+1\cdot t^{(f_5-2)}}{(f-2)!}\right]+\ldots+\blacksquare$$

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot(\text{Second fraction})+(a_3)_1\cdot\left(\frac{24t-50t^2+35t^3-10t^4+t^5}{5!}\right)+\ldots+\blacksquare$$

بدین صورت سومین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ ایجاد می شود، سپس با ادامه این روش و با تغییرات متوالی در پارامتر های سیگما "f, n, k" و جمله های عبارا ت کسری و ضرایب مربوطه سایر عبارت های کسری فرمول کلی را تا به آخرین عبارت کسری ایجاد می نمائیم .

آخرین عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t}(a_7)_t=(a_1)_1\cdot(\text{First fraction})+(a_2)_1\cdot(\text{Second fraction})+(a_3)_1\cdot(\text{Third fraction})+\ldots+(a_f)_1\cdot\frac{\displaystyle\sum_{k=1,\,f=f}^{n,k=[f-(f-1)]}\left[s(n,k)\cdot t^{[f-(f-1)]}\right]}{[f-(f-1)]!}$$

با جایگذاری عدد استرلینگ نوع اول مربوطه، بمنزله ضریب تنها جمله عبارت، آخرین (برای مثال حاضر)، هفتمین 7^{th} عبارت کسری از فرمول کلی برای دنباله $(a_7)_t$ بشکل زیر ایجاد می گردد.

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t} (a_7)_t = (a_1)_1 \cdot (\text{First fraction}) + (a_2)_1 \cdot (\text{Second fraction}) + (a_3)_1 \cdot (\text{Third fraction}) + \ldots + (a_7)_1 \cdot \frac{\displaystyle\sum_{k=1,\, f=7}^{n,\, k=[7-(7-1)]} \left[s(1,1) \cdot t^{[7-(7-1)]} \right]}{[7-(7-1)]!}$$

$$\sum_{t=\blacksquare}^{t} (a_7)_t = (a_1)_1 \cdot (\text{1th fraction}) + (a_2)_1 \cdot (\text{2th fraction}) + (a_3)_1 \cdot (\text{3th fraction}) + (a_4)_1 \cdot (\text{4th fraction}) + (a_5)_1 \cdot (\text{5th fraction}) + (a_6)_1 \cdot (\text{6th fraction}) + (a_7)_1 \cdot \frac{1 \cdot t^1}{1!}$$

فرمول عمومی برای محاسبه حاصل جمع تعداد " t " جمله از ابتدای دنباله $(a_7)_t$ و مثالی برای آن از دنباله $(a_7)_8$ ، بشرح زیر می باشد.

$$\sum_{t=1}^{t} (a_7)_t = (a_1)_1 \cdot \left(\frac{720t - 1764t^2 + 1624t^3 - 735t^4 + 175t^5 - 21 \cdot t^6 + t^7}{7!} \right) + (a_2)_1 \cdot \left(\frac{-120t + 274t^2 - 225t^3 + 85 \cdot t^4 - 15 \cdot t^5 + t^6}{6!} \right) + (a_3)_1 \cdot \left(\frac{24 \cdot t - 50 \cdot t^2 + 35 \cdot t^3 - 10 \cdot t^4 + t^5}{5!} \right) + (a_4)_1 \cdot \left(\frac{-6 \cdot t + 11 \cdot t^2 - 6 \cdot t^3 + t^4}{4!} \right) + (a_5)_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot t - 3 \cdot t^2 + t^3}{3!} \right) + (a_6)_1 \cdot \left(\frac{-t + t^2}{2!} \right) + (a_7)_1 \cdot \left(\frac{t}{1!} \right) =$$

$$-1 + -24 + -38 + 47 + 516 + 2029 + 5861 + 14202 = 22592$$

$$60 \cdot \left(\frac{720 \cdot 8 - 1764 \cdot 8^2 + 1624 \cdot 8^3 - 735 \cdot 8^4 + 175 \cdot 8^5 - 21 \cdot 8^6 + 8^7}{7!} \right) + 180 \cdot \left(\frac{-120 \cdot 8 + 274 \cdot 8^2 - 225 \cdot 8^3 + 85 \cdot 8^4 - 15 \cdot 8^5 + 8^6}{6!} \right) + 195 \cdot \left(\frac{24 \cdot 8 - 50 \cdot 8^2 + 35 \cdot 8^3 - 10 \cdot 8^4 + 8^5}{5!} \right) + 90 \cdot \left(\frac{-6 \cdot 8 + 11 \cdot 8^2 - 6 \cdot 8^3 + 8^4}{4!} \right) + 9 \cdot \left(\frac{2 \cdot 8 - 3 \cdot 8^2 + 8^3}{3!} \right) + (-23) \cdot \left(\frac{-8 + 8^2}{2!} \right) + (-1) \cdot \left(\frac{8}{1!} \right) = 22592$$

با استفاده از فرمول کلی بآسانی می توان فرمول محاسبه حاصل جمع تعداد " t " جمله از ابتدای دنباله، برای سایر دنباله های حسابی از انواع (اعشاری و صحیح و جبری و ...) واقع در ساختمان دنباله ها را ایجاد نمود.

بطور مثال: فرمول عمومی برای محاسبه حاصل جمع تعداد " t " جمله از ابتدای دنباله $(a_8)_t$ ، و ارائه مثالی عددی برای آن (*محاسبه حاصل جمع تعداد ده، " t = 10 " جمله*) از ابتدای دنباله $(a_8)_{10}$ ، بشرح زیر می باشد.

$$\sum_{t=1}^{t} (a_8)_t = (a_1)_1 \cdot \left(\frac{-5040t + 13068t^2 - 13132t^3 + 6769t^4 - 1960t^5 + 322t^6 - 28 \cdot t^7 + t^8}{8!} \right) + (a_2)_1 \cdot \left(\frac{720t - 1764t^2 + 1624t^3 - 735t^4 + 175t^5 - 21 \cdot t^6 + t^7}{7!} \right) + (a_3)_1 \cdot \left(\frac{-120t + 274t^2 - 225t^3 + 85 \cdot t^4 - 15 \cdot t^5 + t^6}{6!} \right) + (a_4)_1 \cdot \left(\frac{24 \cdot t - 50 \cdot t^2 + 35 \cdot t^3 - 10 \cdot t^4 + t^5}{5!} \right) + (a_5)_1 \cdot \left(\frac{-6 \cdot t + 11 \cdot t^2 - 6 \cdot t^3 + t^4}{4!} \right) + (a_6)_1 \cdot \left(\frac{2 \cdot t - 3 \cdot t^2 + t^3}{3!} \right) + (a_7)_1 \cdot \left(\frac{-t + t^2}{2!} \right) + (a_8)_1 \cdot \left(\frac{t}{1!} \right) = \blacksquare$$

$$(-45) + (-46) + (-70) + (-108) + (-61) + (455) + (2484) + (8345) + (22547) + (53064) = 86565$$

$$60 \cdot \left(\frac{10^8 - 28 \times 10^7 + 322 \times 10^6 - 1960 \times 10^5 + 6769 \times 10^4 - 13132 \times 10^3 + 13068 \times 10^2 - 5040 \times 10}{8!} \right) + 180 \cdot \left(\frac{10^7 - 21 \times 10^6 + 175 \times 10^5 - 735 \times 10^4 + 1624 \times 10^3 - 1764 \times 10^2 + 720 \times 10}{7!} \right) + 195 \cdot \left(\frac{10^6 - 15 \times 10^5 + 85 \times 10^4 - 225 \times 10^3 + 274 10^2 - 120 \times 10}{6!} \right) + 90 \cdot \left(\frac{10^5 - 10 \times 10^4 + 35 \times 10^3 - 50 \times 10^2 + 24 \cdot 10}{5!} \right) + 9 \cdot \left(\frac{10^4 - 6 \times 10^3 + 11 \times 10^2 - 6 \times 10}{4!} \right) + -23 \cdot \left(\frac{10^3 - 3 \times 10^2 + 2 \times 10}{3!} \right) + -1 \cdot \left(\frac{10^2 - 10}{2!} \right) + -45 \cdot \left(\frac{10}{1!} \right) = 86565$$

بطور مثال: فرمول عمومی برای محاسبه حاصل جمع تعداد " t " جمله از ابتدای دنباله $(a_9)_t$ و ارائه مثالی عددی برای آن (*محاسبه حاصل جمع تعداد ده، " t = 8 " جمله*) از ابتدای دنباله $(a_9)_8$ ، بشرح زیر می باشد. لازم بذکر اینکه مقدار اولین جمله $(a_9)_1$ برابر با، " -0.2 " می باشد

$$\sum_{t=1}^{8}(a_9)_8=\left[(a_1)_1\cdot\frac{\left[\sum_{f=1,k=1}^{n,k,(f-0)=(9-0)}\left[s(9,k)\cdot 8^{(9-0)}\right]\right]}{(9-0)!}\right]+\left[\left[a_{(2)}\right]_1\cdot\frac{\left[\sum_{f=2,k=1}^{n,k,(f-1)=(9-1)}\left[s(8,k)\cdot 8^{(9-1)}\right]\right]}{(9-1)!}\right]+\left[\left[a_{(3)}\right]_1\cdot\frac{\left[\sum_{f=3,k=1}^{n,k,(f-2)=(9-2)}\left[s(7,k)\cdot 8^{(9-2)}\right]\right]}{(9-2)!}\right]+\ldots+\left[(a_9)_1\cdot\frac{\left[\sum_{f=9,k=1}^{n,k,[f-(f-1)]=[9-(9-1)]}\left[s(1,k)\cdot 8^{[9-(9-1)]}\right]\right]}{[9-(9-1)]!}\right]$$

$$60\cdot\left(\frac{403208-1095848^{2}+1181248^{3}-672848^{4}+224498^{5}-45368^{6}+5468^{7}-36\cdot 8^{8}+8^{9}}{9!}\right)+180\left(\frac{-50408+130688^{2}-131328^{3}+67698^{4}-19608^{5}+3228^{6}-28\cdot 8^{7}+8^{8}}{8!}\right)+195\left(\frac{7208-17648^{2}+16248^{3}-7358^{4}+1758^{5}-21\cdot 8^{6}+8^{7}}{7!}\right)+90\left(\frac{-1208+2748^{2}-2258^{3}+85\cdot 8^{4}-15\cdot 8^{5}+8^{6}}{6!}\right)+9\cdot\left(\frac{24\cdot 8-50\cdot 8^{2}+35\cdot 8^{3}-10\cdot 8^{4}+8^{5}}{5!}\right)+(-23)\cdot\left(\frac{-6\cdot 8+11\cdot 8^{2}-6\cdot 8^{3}+8^{4}}{4!}\right)+(-1)\cdot\left(\frac{2\cdot 8-3\cdot 8^{2}+8^{3}}{3!}\right)+(-45)\cdot\left(\frac{-8+8^{2}}{2!}\right)+(-0.2)\cdot\left(\frac{8}{1!}\right)=1836.4$$

نکته مهم : با بعلاوه (اضافه) نمودن مقدار اولین جمله از دنباله مرتبه بالاتر، به فرمول عمومی دنباله حسابی مرتبه پائینتر، می توان مقدار هر یک از جمله های دنباله حسابی مرتبه بالاتر را تعیین نمود.

نکته مهم :

از آنجا که جمله های تشکیل دهنده سری های تواندار، دنباله هایی از نوع ساختمان با ویژگی مرتبه ای می باشند، لذا می توان از فرمول کلی ذکر شده در بالا، برای تعیین مقدار حاصل جمع سری های تواندار نیز استفاده نمود.

با استفاده از فرمول کلی ذکر شده، می توان سری های حسابی تواندار از هر نوع عدد، اعم از اعداد صحیح و یا اعشاری و یا سایر انواع از اعداد را بآسانی محاسبه نمود. با شرط اینکه، جمله های آن سری حسابی، دنباله هایی از نوع (Nth difference sequences) یا ساختمان " مرتبه ای "، ایجاد نمایند.

بطور مثال محاسبه حاصل جمع سری حسابی زیر. ↓

$$3.3^{6}+5.4^{6}+7.5^{6}+9.6^{6}+11.7^{6}$$

$$(1.2+2.1)^{6}+(3.3+2.1)^{6}+(5.4+2.1)^{6}+(7.5+2.1)^{6}+(9.6+2.1)^{6}=3551986.88635499$$

$$61751.60711996781\left(\frac{5^{7}-21\times 5^{6}+175\times 5^{5}-735\times 5^{4}+1624\times 5^{3}-1764\times 5^{2}+720\times 5}{7!}\right)+251417.2575600658\left(\frac{5^{6}-15\times 5^{5}+85\times 5^{4}-225\times 5^{3}+2745^{2}-120\times 5}{6!}\right)+404115.9595199945\left(\frac{5^{5}-10\times 5^{4}+35\times 5^{3}-50\times 5^{2}+24\cdot 5}{5!}\right)+321915.5087399996\left(\frac{5^{4}-6\times 5^{3}+11\times 5^{2}-6\times 5}{4!}\right)+129680.1610019998\left(\frac{5^{3}-3\times 5^{2}+2\times 5}{3!}\right)+23503.443327000008\left(\frac{5^{2}-5}{2!}\right)+1291.467968999996\left(\frac{5}{1!}\right)=3551986.886354998$$

3.3^{6} 5.4^{6} 7.5^{6} 9.6^{6} 11.7^{6} 13.8^{6} 15.9^{6}

23503.443327000008 153183.60432 9 604779.274070999 9 1782406.412072999 4 4341598.235415004 9251056.825856995

129680.1610019999 8 451595.669741999 94 1177627.138001999 4 2559191.82334200 5 4909458.590441991

321915.5087399999 6 726031.468259999 4 1381564.685340005 4 2350266.767099986

404115.959519999 45 655533.2170800 06 968702.081759980 4

251417.2575600065 8 313168.864679974 40

61751.607119967 81

سری اعشاری تواندار مثال بالا شامل" پنج " جمله می باشد، لذا مقدار "n" در فرمول عدد" 5 " جایگذاری شده است. و برای مثال دیگر، تعداد جمله های سری اعشاری تواندار زیر، " هفت "عدد بوده، لذا مقدار "n" در فرمول عدد " 7 " جایگذاری می گردد.

بطور مثال حاصل جمع سری اعشاری " هفت " جمله ای زیر. ↓

$$3.3^{6}+5.4^{6}+7.5^{6}+9.6^{6}+11.7^{6}+13.8^{6}+15.9^{6}=26616568.5865$$

$$61751.60711996781\left(\frac{7^{7}-21\times 7^{6}+175\times 7^{5}-735\times 7^{4}+1624\times 7^{3}-1764\times 7^{2}+720\times 7}{7!}\right)+251417.2575600658\left(\frac{7^{6}-15\times 7^{5}+85\times 7^{4}-225\times 7^{3}+2747^{2}-120\times 7}{6!}\right)+404115.9595199945\left(\frac{7^{5}-10\times 7^{4}+35\times 7^{3}-50\times 7^{2}+24\cdot 7}{5!}\right)+321915.5087399996\left(\frac{7^{4}-6\times 7^{3}+11\times 7^{2}-6\times 7}{4!}\right)+129680.1610019998\left(\frac{7^{3}-3\times 7^{2}+2\times 7}{3!}\right)+23503.443327000008\left(\frac{7^{2}-7}{2!}\right)+1291.467968999996\left(\frac{7}{1!}\right)=26616568.58657999$$

کلمات کلیدی: دنباله، دنباله حسابی، اعداد استرلینگ، سری حسابی، سری تواندار،

Mohammad Reza Serajian Asl

1- Wikipedia “Stirling numbers of the first kind”
2- OEIS